Equations

I) Exemples types

1. $2x + 1 = 0$
2. $x(x - 2) = 0$
3. $\dfrac{x+1}{2x-3} = 0$
4. $(x - 1)^2 = 4$
5. Démontrer que $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$. En déduire les antécédents de 0 par la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2x - 3$

II) Equation du premier degré $ax + b = 0$

Isoler x
$x = -\dfrac{b}{a}$ si $a \neq 0$
Exemples : $3x - 1 = 2(x + 6) + x - 5$

III) Equation produit nul : $a \times b = 0$

Règle du produit nul :
un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$
Différentes formes :
• On donne déjà le produit $(x + 2)(2x - 1) = 0$
• Transformer pour arriver à cette forme : tout faire passer dans un membre et factoriser
$3x^2 + 2x = 4x(x - 1)$
• Parfois on donne la forme factorisée et on demande de vérifier : on développe
$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$

IV) Equation quotient nul : $\dfrac{a}{b} = 0$

• domaine de définition : $b \neq 0$
• règle : $\dfrac{a}{b} = 0$ équivaut à $a = 0$
• Formes qui se ramènent à un quotient nul :
$\dfrac{a}{b} + c = 0$, $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = 0$

V) Equation carré = constante : $x^2 = a$

Si $a < 0$, pas de solution
Si $a = 0$, une seule solution : 0
Si $a > 0$, deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$
On peut retrouver cette règle en faisant tout passer dans un même membre, en factorisant avec une identité remarquable et en appliquant la règle du produit nul :
$x^2 - a = 0$
$x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$
$(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0$

VI) Autres équations avec des carrés

On cherche à mettre sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$ puis on essaye de factoriser.
Parfois ce n'est pas possible sans indication, et l'énoncé donne alors une indication.
Exemple : $x(2x + 1) = x^2 + 3x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
Indication : montrer que $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$