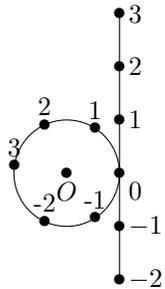


Trigonométrie

I) Enroulement d'une droite graduée sur un cercle

On trace un cercle de rayon 1 et une droite graduée suivant le dessin suivant :



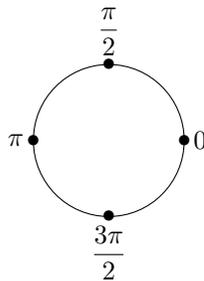
Lorsqu'on "enroule" la droite graduée sur le cercle, chaque point de la droite vient s'appliquer sur un point du cercle. Chaque point du cercle est ainsi repéré par un nombre par ce procédé d'enroulement. C'est une façon de graduer le cercle (les graduations de la droite se reportent sur le cercle).

Mais à chaque point du cercle correspond plusieurs nombres possibles. Par exemple, le point repéré par -2 peut aussi être repéré par $4, 28$ (à peu près).

1. Exercice résolu :

Représenter sur le cercle les nombres associés à la division du cercle en 4 parties égales.

Comme le périmètre du cercle vaut 2π , les points qui se trouvent à chaque quart de cercle sont repérés de la façon suivante :



Mais comme ces repères sont toujours à un ou plusieurs tours près, dans un sens ou dans un autre, cela pourrait être $-\pi$ au lieu de π , $-\frac{\pi}{2}$ au lieu de $\frac{3\pi}{2}$, 2π ou -2π au lieu de 0 , etc.

2. Représenter de la même façon la division du cercle en 3, avec les nombres associés.
3. Même question : division en 6

4. Même question : division en 8
5. Même question : division en 12

II) Cercle trigonométrique

Un cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 gradué à partir d'un point origine comme précédemment et sur lequel les valeurs croissantes des graduations tournent dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, sens appelé "direct" par convention (l'autre sens étant le sens "indirect").

A chaque nombre réel x est associé un unique point sur le cercle, parfois appelé "point image de x ".

Le point image de x est aussi l'image des nombres $x + 2\pi$, $x + 4\pi$, $x + 6\pi$, etc.

Il est aussi l'image des nombres $x - 2\pi$, $x - 4\pi$, $x - 6\pi$, etc.

Autrement dit, la graduation n'est définie qu'à un multiple entier de 2π près.

1. Exercice résolu Dire si les deux réels suivants ont le même point image sur le cercle

trigonométrique : $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{7\pi}{4}$

On cherche à savoir si l'un des nombres s'obtient en ajoutant à l'autre un multiple entier de 2π . Pour cela, on fait la différence entre les deux nombres et on regarde si c'est un multiple entier de 2π :

$\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{8\pi}{4} = 2\pi$. C'est bien un multiple entier de 2π , donc les deux nombres ont le même point image sur le cercle.

2. Même question avec $-\frac{\pi}{6}$ et $\frac{17\pi}{6}$
3. Sur le cercle trigonométrique de centre O avec une origine des graduations I , on place un point M tel que l'angle \widehat{IOM} soit égal à 120° (en tournant de I vers M dans le sens direct).
Quelle est la graduation qui correspond à M ?
4. Même question avec $\widehat{IOM} = 72^\circ$